Formelsammlung Physik 2

Alle Angaben ohne Gewähr.

Inhaltsverzeichnis

1 Drehbewegungen starrer Körper

1.1 Allgemeines zur Drehbewegung

Die Drehbewegung ist mit der geradlinigen Bewegung verwandt. Es gelten folgende Zusammenhänge zwischen elementaren Größen:

$$x \leftrightarrow \varphi \qquad v \leftrightarrow \omega \qquad a \leftrightarrow \alpha \qquad m \leftrightarrow J \qquad p \leftrightarrow L \qquad F \leftrightarrow M$$

Drehimpuls

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p} \tag{1}$$

Drehmoment

Ein Drehmoment ändert den Drehimpuls eines rotierenden Körpers. Ohne äußere Kräfte (Drehmomente) bleibt der Drehimpuls gleich.

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F} = \dot{\overrightarrow{L}} \tag{2}$$

Trägheitsmoment

R_i ist der Abstand der Einzelmasse m_i zur Drehachse, für die sich das Trägheitsmoment J ergibt.

$$J := \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \tag{3}$$

Arbeit bzw. Energie

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \tag{4}$$

$$W = \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} M_z \, d\varphi \tag{5}$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = M_z \omega \tag{6}$$

1.2 Spezielles

Der Steinersche Satz

$$J_A = J_S + ma^2 \tag{7}$$

J_S	Trägheitsmoment bei Drehachse im Schwerpunkt
J_A	Trägheitsmoment bei nach Punkt A parallel verschobener Drehachse
a	Entfernung der neuen Drehachse von der, die durch den Schwerpunkt geht. (Parallelverschiebung)

spezielle Trägheitsmomente

Drehachse im Schwerpunkt, wenn nicht anders angegeben. Außerhalb des Schwerpunkts sind die Trägheitsmomente stets größer (STEINERscher Satz).

Punktmasse	$J = m\,R^2$	R : Abstand von m zur Drehachse
Hantel	$J = \frac{m}{2}\,l^2$	l : Abstand der beiden Punktmassen m
homogener Stab	$J = \frac{m}{12}\,l^2$	l : Stablänge
Quader	$J_z = \frac{1}{12}\,m\,\left(a^2 + b^2\right)$	a : Länge in Richtung x-Achse
	$J_y = \frac{1}{12}\,m\,\left(a^2 + c^2\right)$	b : in y-Achse
	$J_x = \frac{1}{12}\,m\,\left(b^2 + c^2\right)$	c : in z-Achse
homogene Scheibe	$J = \frac{1}{2}\,m\,r^2$	
homogene Kugel	$J = \frac{2}{5}\,m\,r^2$	
Stab, am Ende eingespannt	$J_E = \frac{1}{3}\,m\,l^2$	

2 Schwingungen

2.1 Allgemeines

Definition einer harmonischen Schwingung mit Kreisfrequenz ω und Phasenwinkel γ

$$x(t) = \hat{x}\sin(\omega t + \gamma) \tag{8}$$

$$\varphi(t) = \hat{\varphi}\sin(\omega t + \gamma) \tag{9}$$

harmonischer Oszillator

Differentialgleichung für freie, ungedämpfte Schwingung:

$$0 = \ddot{x} + \omega_0^2 x \tag{10}$$

$$x(t) = \hat{x}\sin(\omega_0 t + \gamma) \tag{11}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \tag{12}$$

2.2 Federpendel Seite 11

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \qquad \omega_0^2 = \frac{D}{m} \tag{13}$$

$$E = \frac{D}{2}\hat{x}^2 \tag{14}$$

2.3 Torsionspendel Seite 16

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D^\star}} \qquad \omega_0^2 = \frac{D^\star}{J} \tag{15}$$

2.4 Mathematisches Pendel Seite 18

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \omega_0^2 = \frac{g}{l} \tag{16}$$

2.5 Physikalisches Pendel Seite 19

Näherung für kleine Winkel: $|\varphi| \ll 1$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} \qquad \omega_0^2 = \frac{mga}{J} \tag{17}$$

$x(t)$	Ort zur Zeit t
$\varphi(t)$	Winkel zur Zeit t
$\hat{x}$	Amplitude
ω	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$
γ	Phasenwinkel der Schwingung
T_0	Periodendauer
m	Masse
D	Federkonstante, $[D] = \mathrm{Nm}^{-1}$
$D^\star$	Federkonstante der Torsionsfeder, $[D^\star] = \mathrm{Nm}$
E	Gesamtenergie des Systems
l	Länge des Pendels
g	Erdbeschleunigung $9.81\mathrm{ms}^{-2}$
m	Masse
a	Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt

2.6 Frei gedämpfte Schwingung

Siehe *Physik 2, Seite 21 f.* Behandelt wird das gedämpfte Federpendel.

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 = 0 \qquad \text{Newtonsche Bewegungsgleichung} \tag{18}$$

Im folgenden sind 3 Fälle zu unterscheiden:

I. Schwingfall $0 \le \delta < \omega_0 \quad \rightsquigarrow$ gedämpfte harmonische Schwingung

$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}\sin(\omega_d t + \gamma) \tag{19}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \qquad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \tag{20}$$

II. Aperiodischer Grenzfall $\delta = \omega_0 \quad \rightsquigarrow$ schnellstes Abklingen

$$x(t) = \big(x_0 + (v_o + \delta x_0)t\big)e^{-\delta t} \tag{21}$$

III. Kriechfall $\delta > \omega_0$

δ	Abklingkoeffizient, $\delta = \frac{r}{2m}$, $[\delta] = \mathrm{s}^{-1}$
r	Dämpfungskonstante, Reibungskoeffizient, $[r] = \mathrm{kg\,s}^{-1}$
ω_0	Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Pendel, $\omega_0 = \frac{D}{m}$
ω_d	Eigenkreisfrequenz des gedämpften Pendel im Schwingfall
x_0	Anfangsauslenkung
v_0	Anfangsgeschwindigkeit

2.7 Erzwungene Schwingung, Resonanz

Siehe *Physik 2, Seite 32*. Nach dem Einschwingen hat das Pendel die Frequenz der Anregung, verbunden mit einer Phasenverschiebung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \hat{K}\cos(\omega t) \tag{22}$$

$$\hat{x} = \frac{\hat{K}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (2\delta\omega)^2}} \tag{23}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \tag{24}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \tag{25}$$

$$\omega_r < \omega_d < \omega_0 \tag{26}$$

$$\tan\psi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{27}$$

ω	Kreisfrequenz der äußeren Anregung
$\hat{K}$	Anregungskoeffizient $\hat{K} = \frac{\hat{F}}{m}$
$\hat{F}$	Amplitude der anregenden Kraft
ω_d	Kreisfrequenz der erzwungenen Schwingung
ω_r	Resonanzfrequenz, Schwingungsamplitude $\hat{x}$ maximal
ψ	Phasenverschiebung zur Erregerschwingung

3 Schallwellen

3.1 Allgemeines zu Wellen

Bei der Wellenausbreitung findet ein masseloser Energietransport statt. Erfolgt die Schwingungsauslenkung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, spricht man von *Transversalwellen*, bei Schwingung in Ausbreitungsrichtung von *Longitudinalwellen*. Im folgenden wird eine verlustfreie, harmonische Schwingung angenommen.

$$s(x,t) = \hat{s}\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \tag{28}$$

$$s(x,t) = \hat{s}\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \tag{29}$$

$$s(x,t) = \hat{s}\sin\left(\omega t - kx\right) \tag{30}$$

$$c = \frac{x}{\tau} \tag{31}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT \tag{32}$$

$$k := \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \tag{33}$$

τ	Laufzeit, $[\tau] = \mathrm{s}$
c	Ausbreitungs-, Phasengeschwindigkeit,
λ	Wellenlänge, $[\lambda] = \mathrm{m}$
k	Kreiswellenzahl, abhängig von ω, $[k] = \mathrm{m}^{-1}$

3.2 Schallwellen in Festkörpern

Längenänderung eines Stabes

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{E \cdot A} \tag{34}$$

Defininiert man zwei neue Zeichen: $\varepsilon := \frac{\Delta l}{l}$ und $\sigma := \frac{F}{A}$, kann man die obige Gleichung auch folgendermaßen schreiben:

$$\sigma = E\,\varepsilon \tag{35}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in einem Festkörper

$$c = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \tag{36}$$

F	Kraft, die auf den Stab wirkt
A	Querschnitt des Stabes
E	Elastizitätsmodul des Materials, $[E]$ =Pa
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle
σ	Spannung
ε	Dehnung
ϱ	Dichte des Materials, $[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

3.3 Schallwellen in Flüssigkeiten

Volumenänderung einer Flüssigkeit

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K}\Delta p \tag{37}$$

Befindet sich die Flüssigkeit in einem Rohr mit dem Querschnitt A, der Länge l und dem Volumen $V = l \cdot A$, ergibt sich:

$$\frac{\Delta l}{l} = -\frac{1}{K}\Delta p \tag{38}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in Flüssigkeiten

$$c = \sqrt{\frac{1}{\chi \cdot \varrho}} = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \tag{39}$$

$$\chi = \frac{1}{K} \tag{40}$$

V	Volumen der Flüssigkeit
l	Länge des Rohres
K	Kompressionsmodul, $[K] = \mathrm{Pa}$
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle
Δp	Druckänderung, $[p] = \mathrm{Pa}$
χ	Kompressibilität, $[\chi] = \mathrm{Pa}^{-1}$
ϱ	Dichte des Materials

3.4 Schallwellen in idealen Gasen

Allgemeines bei adiabatischen Zustandsänderungen (also auch bei Schall)

Die Kompression erfolgt ohne Energieaustausch mit der Umgebung.

$$\nu = \frac{m}{M_{\mathrm{mol}}} \quad (41)$$

$$pV = \nu RT = \frac{mRT}{M_{\mathrm{mol}}} \quad (42)$$

$$p = \frac{\varrho RT}{M_{\mathrm{mol}}} \quad (43)$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen in Gasen

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\varrho}} \quad (44)$$

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M_{\mathrm{mol}}}} \quad (45)$$

c	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle
κ	Adiabatenexponent ... 1.4 in Luft (2-atomig)
ϱ	Dichte des Gases
p	Gasdruck $[p]$=Pa
R	Universelle Gaskonstante $R = 8{,}314\,51\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$
T	Absolute Temperatur $[T] = \mathrm{K}$
ν	Stoffmenge, $[\nu] = \mathrm{mol}$
m	Masse des Gases
M_{mol}	Molmasse des Gases, $[M_{\mathrm{mol}}] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$

3.5 Energiedichte und Intensität

Vorausgesetzt sei eine ebene, harmonische Welle.

Schallschnelle

$$v = \omega\hat{s}\cos(\omega t - kx) \quad (46)$$

$$\hat{v} = \omega\hat{s} \quad (47)$$

Schalldruck

$$p = p_0 + \hat{p}\cos(\omega t - kx) \quad (48)$$

$$\hat{p} = \varrho c\omega\hat{s} = \varrho c\hat{v} \quad (49)$$

λ	Wellenlänge
c	Schallgeschwindigkeit
f	Frequenz
$p\,(x)$	Druckänderung in Folge von Schallwellen
p_0	statischer Druck
$\hat{p}$	Schalldruckamplitude
$\hat{v}$	Schallschnelle (Spitzenwert/Amplitude)
ω	Kreisfrequenz
$\hat{s}$	Auslenkung, Schallausschlag (Spitzenwert/Amplitude)
ϱ	Dichte des Gases

Energiedichte und Intensität

$$\hat{\mathrm{w}} = \rho\omega^2\hat{s}^2 \tag{50}$$

$$\mathrm{w} = \frac{E}{V} = \frac{1}{2}\varrho\omega^2\hat{s}^2 \tag{51}$$

$$S := \frac{P}{A} \tag{52}$$

$$\hat{S} = \hat{\mathrm{w}}c = \varrho c\omega^2\hat{s}^2 = \frac{\hat{p}^2}{\varrho c} = \hat{p}\,\hat{v} = \varrho c\hat{v}^2 \tag{53}$$

Verschiedene Mittelwerte

In der Vorlesung wurde der Mittelwert $\overline{S}$ (dieser wird i. d. r. messtechnisch erfasst) vereinfachend als S bezeichnet. In Wirklichkeit ist S eine harmonische Wellenfunktion: $S = \hat{S}\cos^2(\omega t - kx)$.

$$\overline{S} = \frac{\hat{S}}{2} = \frac{1}{2}\varrho c\omega^2\hat{s}^2 = \frac{\hat{p}^2}{2\varrho c} = \frac{p_{\mathrm{eff}}^2}{\varrho c} = \frac{1}{2}\varrho c\hat{v}^2 = \frac{1}{2}\hat{p}\hat{v} \tag{54}$$

$$p_{\mathrm{eff}} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}};\;\; v_{\mathrm{eff}} = \frac{\hat{v}}{\sqrt{2}}\;;\quad s_{\mathrm{eff}} = \frac{\hat{s}}{\sqrt{2}} \tag{55}$$

$\hat{S}$	Maximalwert/Amplitude der Intensität
$\overline{S}$	Mittlere Intensität
p	Schalldruck
v	Schallschnelle
s	Schallausschlag
ϱ	Dichte des Mediums
ω	Kreisfrequenz
w	Energiedichte
c	Schallgeschwindigkeit

Schallpegel

$$L = 10\cdot\log\left(\frac{S}{S_0}\right)\mathrm{dB} = 10\cdot\log\left(\frac{\overline{S}}{\overline{S}_0}\right)\mathrm{dB} \tag{56}$$

$$L = 20\cdot\log\left(\frac{p_{\mathrm{eff}}}{p_{\mathrm{eff}_0}}\right)\mathrm{dB} \tag{57}$$

$S, \overline{S}$	Intensität
$S_0, \overline{S}_0$	Bezugsintensität $\overline{S}_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$
p_{eff}	Effektiver Schalldruck
p_{eff_0}	Bezugsschalldruck $p_{\mathrm{eff}_0} = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$

3.6 Wellenausbreitung im 3-dim. Raum

Bei Kugelwellen fällt $\overline{S}$ proportional $\frac{1}{r^2}$ nach außen ab, $\hat{s}$ und $\hat{p}$ proportional $\frac{1}{r}$.

$$\overline{S}(r) = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2} = \overline{S}(r_0)\frac{r_0^2}{r^2} \tag{58}$$

$\overline{S}(r)$	Intensität im Abstand r von der Schallquelle
$\overline{P}$	gesamte abgestrahlte mittlere Leistung
$\overline{S}(r_0)$	Bezugswert für Intensität im Abstand r_0

3.7 Stehende Wellen

Bei Reflexion am festen Ende erfolgt ein Phasensprung der Schwingungsamplitude um $\pi = 180°$, am losen Ende erfolgt kein Phasensprung.

Beidseitig festes bzw. loses Ende

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n\frac{c}{2L} \qquad L = n\,\frac{\lambda_n}{2} \tag{59}$$

Einseitig festes bzw. loses Ende

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (2n-1)\frac{c}{4L} \qquad L = (2n-1)\,\frac{\lambda_n}{4} \tag{60}$$

L	Medienlänge
n	Vielfaches der Grundschwingung $n \in \mathbf{N}$
$n = 1$	Grundton
$n > 1$	Oberton
f_n	Resultierende Frequenz
c	Schallgeschwindigkeit

3.8 Dopplereffekt für Schallwellen

Die Geschwindigkeiten v_s und v_e verstehen sich relativ zum schalltransportierenden Medium (welches i. A. ruht).

Bewegter Sender

$$f_e = f_s\frac{c}{c \mp v_s} = f_s\left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_s}{c}}\right) \qquad \begin{cases} - : & S \rightarrow E \\ + : & \leftarrow S \quad E \end{cases} \tag{61}$$

Bewegter Empfänger

$$f_e = f_s\left(1 \pm \frac{v_e}{c}\right) \qquad \begin{cases} + : & S \leftarrow E \\ - : & S \quad E \rightarrow \end{cases} \tag{62}$$

Empfänger und Sender bewegen sich beide

$$f_e = f_s\frac{c \pm v_e}{c \mp v_s} \tag{63}$$

Oberes Vorzeichen $\longrightarrow$ Annähern
Unteres Vorzeichen $\longrightarrow$ Entfernen

Reflexion (Sender oder Reflektor ruht)

$$f_r = f_s\frac{c + v}{c - v} \tag{64}$$

4 Elektromagnetische Wellen

4.1 Lichtgeschwindigkeit

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\,\mu_0}} = 299\,792\,458\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{65}$$

4.2 Dopplereffekt für elektromagnetische Wellen

Δv ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger.

$$f_e = f_s \frac{1 \pm \frac{\Delta v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{\Delta v^2}{c^2}}} \qquad \begin{cases} + : & \text{Annähern} \\ - : & \text{Entfernen} \end{cases} \tag{66}$$

$$f_e = f_s \sqrt{\frac{c \pm \Delta v}{c \mp \Delta v}} \qquad \begin{cases} \frac{\pm}{-} : & \text{Annähern} \\ \frac{-}{+} : & \text{Entfernen} \end{cases} \tag{67}$$

Wenn $\Delta v \ll c$, kann man wegen $\frac{\Delta v^2}{c^2} \approx 0$ die folgende Näherung verwenden:

$$f_E = f_S \left(1 \pm \frac{\Delta v}{c}\right) \tag{68}$$

4.3 Dopplereffekt bei Reflexion von elektromagnetischen Wellen

Geschwindigkeitsmessung für $\Delta v \ll c$

$$\Delta v \approx c \left(1 \pm \sqrt{\frac{f_E}{f_S}}\right) \tag{69}$$

Oberes Vorzeichen $\longrightarrow$ Annähern
Unteres Vorzeichen $\longrightarrow$ Entfernen

5 Optik

5.1 Allgemeines

Brechungsindex

$$n := \frac{c_o}{c} \tag{70}$$

5.2 Reflexion und Brechung von Licht

Alle Winkel werden gegenüber dem Lot auf der Grenzfläche gemessen.

Brechung

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} \tag{71}$$

Reflexion

$$\theta_1 = \theta_{1r} \tag{72}$$

Totalreflexion

$$\theta_{\text{grenz}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \tag{73}$$

Gilt für $n_1 > n_2$!

5.3 Brechung an sphärischen Grenzflächen

Siehe *Physik 2, Seite 107 f.*

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r} \tag{74}$$

5.4 Abbildung durch Linsen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \left(\frac{n_{\text{Linse}}}{n_{\text{Medium}}} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{75}$$

$$D = \frac{1}{f} \tag{76}$$

Vorzeichenkonvention für die Krümmungsradien r_1 und r_2:
Der Radius ist positiv zu nehmen, wenn sich der Mittelpunkt M der Grenzfläche auf derselben Seite befindet, wie das austretende Licht, also im Bildraum. Andernfalls ist der Radius negativ zu nehmen.

Vergrößerung

$$\beta = -\frac{b}{g} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{GG'}} \tag{77}$$

$\lvert\beta\rvert < 1 \longrightarrow$ Verkleinerung	$\lvert\beta\rvert > 1 \longrightarrow$ Vergrößerung
$\beta < 0 \longrightarrow$ Bild ist verkehrt herum	$\beta > 0 \longrightarrow$ Bild ist richtig herum

Linsenformen

Siehe Physik II Seite 113

Geometrische Strahlkonstruktionen

Siehe Physik II Seite 115 und 117

f	Brennweite
D	Brechkraft in Dioptrin (dpt) bzw. m
b	Bildweite
g	Gegenstandsweite
n_{Linse}	Brechungsindex der Linse
n_{Medium}	Brechnungsindex des die Linse umgebenden Mediums.
β	Vergrößerungsfaktor

6 Beugung von Wellen

6.1 Beugung am Spalt

Intensitätsminimum

$$b \cdot \sin\theta_{\text{min,m}} = \pm\lambda \cdot m \qquad \forall\, m \in \mathbf{N} \tag{78}$$

Intensitätsmaximum

$$b \cdot \sin\theta_{\text{max,m}} \approx \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad \forall\, m \in \mathbf{N} \tag{79}$$

6.2 Beugung am Gitter

Intensitätsmaximum

$$g \cdot \sin\theta_{\mathrm{max,m}} = \pm\lambda \cdot m \qquad \forall\, m \in \mathbf{N}^0 \tag{80}$$

Auflösungsvermögen

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N \qquad \forall\, m \in \mathbf{N}^0 \tag{81}$$

b	Spaltbreite
g	Gitterkonstante (Spaltabstand)
N	Anzahl der Spalten
θ	Winkel vom Normalen auf den Spalt bzw. Gitter
λ	Mittlere Wellenlänge
$\Delta\lambda$	Kleinster noch auflösbarer Wellenlängenunterschied
A	Spektrales Auflösungsvermögen
m	Ordnung des Intensitätsminimum bzw. -maximum

7 Atomphysik

Beschrieben wird jeweils ein Wasserstoffatom mit einem Proton im Kern und einem umlaufenden Elektron.

7.1 Rutherfordsches Atommodell

$$E_k = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \tag{82}$$

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{83}$$

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \tag{84}$$

E	Gesamtenergie eines Elektrons, $E \geq 0$: Elektron ist frei
E_k	kinetische Energie des Elektrons durch Kreisbewegung
E_p	potentielle Energie des Elektrons durch Ladungsanziehung
r	Bahnradius des Elektrons um den (positiven) Atomkern
e	Elementarladung, $e = 1{,}602\ldots \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$
ε_0	elektrische Feldkonstante, $\varepsilon_0 = 8{,}854\ldots \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$, $1\mathrm{F} = 1\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$

7.2 Bohrsches Atommodell

1. Bohrsches Postulat

Siehe *Physik 2, Seite 169.*

$$L = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar \qquad (85)$$

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\, n^2 \qquad (86)$$

$$v_n = \frac{e^2}{2h\varepsilon_0}\,\frac{1}{n} \qquad (87)$$

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\,\frac{1}{n^2} \qquad (88)$$

n	Quantenzahl oder Hauptquantenzahl
h	Planck-Konstante, $h = 6{,}626\ldots \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} = 4,136\ldots \cdot 10^{-15}\mathrm{eV\,s}$ $1\mathrm{eV} = 1{,}602\ldots \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$, $1\mathrm{J} = 6{,}242\ldots \cdot 10^{18}\mathrm{eV}$
m_e	Ruhemasse eines Elektron, $m_e = 9{,}109\ldots \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$
L	Bahndrehimpuls des Elektrons für den Umlauf um den Atomkern
r_n	Bohrsche Radien, stabile Umlaufbahnen ohne Energieverlust
v_n	Geschwindigkeit auf den Bohrschen Radien
E_n	Energie eines Elektrom auf den Bohrschen Radien

Für die Quantenzahl $n = 1$ ergeben sich spezielle Werte:

$$r_1 = r_b = \frac{\varepsilon_0 h}{\pi m_e e^2} = 0{,}0529\mathrm{nm} \qquad \textit{Bohrscher Radius} \qquad (89)$$

$$v_1 = \frac{e^2}{2h\varepsilon_0} = 2{,}19 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{c_0}{137} \qquad (90)$$

$$E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -2{,}18 \cdot 10^{-18}\mathrm{J} = -13,6\mathrm{eV} \qquad (91)$$

2. Bohrsches Postulat

Siehe *Physik 2, Seite 172.*

$$h\,f = \Delta E = E_a - E_b \qquad (92)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c_0}\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right) \qquad (93)$$

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c_0} = 1{,}097\ldots \cdot 10^7\,\frac{1}{\mathrm{m}} \qquad \textit{Rydberg-Konstante} \qquad (94)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right) \qquad (95)$$

E_a	Energie im angeregten Zustand, Quantenzahl n_a
E_b	Energie nach Abstrahlung, Quantenzahl $n_b < n_a$
f	Frequenz der abgestrahlten elektromagnetischen Welle (1 Photon)

8 Einfache Geometrie

Kugeloberfläche:

$$A = 4\pi r^2 \qquad (96)$$