0 Mathematik

Winkeldifferenz $\gamma = \alpha - \beta$ ‚Pfeilspitzen' von γ und α zusammen

konjugiert komplex $(\underline{z}_1 \pm \underline{z}_2)^* = \underline{z}_1^* \pm \underline{z}_2^*\,,\ (\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2)^* = \underline{z}_1^* \cdot \underline{z}_2^*\,,\ \left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right)^* = \frac{\underline{z}_1^*}{\underline{z}_2^*}$

komplexer Betrag $|\underline{z}| = z\,,\ |\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2| = |\underline{z}_1| \cdot |\underline{z}_2|\,,\ \left|\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right| = \frac{|\underline{z}_1|}{|\underline{z}_2|}\,,\ |\underline{z}|^2 = \underline{z} \cdot \underline{z}^*$

Eulersche Formel $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ $[x]=\mathrm{rad}$ (‚fiktiv')

Periodizität $e^{jx} = e^{j(x+k\cdot 2\pi)}\,;\quad z\,\underline{/\alpha} = z\,\underline{/\alpha + k\cdot 360^\circ}$ $k \in \mathbb{Z}$

6 Wechselstromschaltungen

sinusförmige Wechselspannung $u(t) = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_u)$

φ_u: Anfangsphase, $u(t{=}0) = \hat{u}\sin\varphi$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$: Kreisfrequenz

$\hat{u}$: Amplitude, U: Effektivwert (bei harm. Schwingungen)

sinusförmiger Wechselstrom $i(t) = \hat{\imath}\sin(\omega t + \varphi_i)$

Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2\,;\quad |\Delta\varphi| = \frac{\Delta T}{T}\cdot 360^\circ$

Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ $\varphi < 0$: Strom eilt vor, u. u.

komplexe Zeitfunktion $\underline{u}(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) + j\,\hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u) = \hat{u}\,e^{j(\omega t + \varphi_u)}$

$$u(t) = \begin{cases} \mathrm{Re}\,\underline{u}(t) & :\ u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) \\ \mathrm{Im}\,\underline{u}(t) & :\ u(t) = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u) \end{cases}$$

Addition, Differentation und Integration für $u(t)$ sind mit $\underline{u}(t)$ zulässig.

komplexe Ampiltude $\underline{\hat{u}} = \hat{u}\,\underline{/\varphi_u} \Rightarrow \underline{u}(t) = \underline{\hat{u}}\,e^{j\omega t}$ $\underline{U} \Rightarrow \underline{U}(t) = \underline{U}\,e^{j\omega t}$

Berechnungen erfolgen i. a. mit $\underline{U}$, ohne den Winkelfaktor $e^{j\omega t}$.

Impedanz $\underline{Z} = \frac{\underline{\hat{u}}}{\underline{\hat{\imath}}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX$ (auch: Wechselstromwiderstand) $[\underline{Z}]=\Omega$

$$\frac{\underline{Z}}{|\underline{Z}|} = e^{j\varphi}\,,\ \frac{\underline{Z}^*}{|\underline{Z}|} = e^{-j\varphi}\,,\ R = |\underline{Z}|\cos\varphi\,,\ X = |\underline{Z}|\sin\varphi$$

R: Wirkwiderstand, X: Blindwiderstand, $X{>}0$: induktiv, $X{<}0$: kapazitiv

Impedanzwinkel $\varphi = \arg\underline{Z} = \frac{\underline{/\varphi_u}}{\underline{/\varphi_i}} = \varphi_u - \varphi_i$ $[\varphi]=\mathrm{rad}$

Admittanz $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = Y\,\underline{/\varphi_y} = Y\,\underline{/-\varphi} = G + jB$ $[\underline{Y}]=\mathrm{S}$

φ_y: Admittanzwinkel, G: Wirkleitwert, B: Blindleitwert

Kapazität $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = Z_C\,\underline{/-90^\circ} = \frac{1}{\omega C}\,\underline{/-90^\circ} = jX_C$ $[C]=\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$

Strom eilt 90° vor, $X_C{<}0$, Unterbrechung bei Gleichspg., $\underline{S} = -j\omega C|\underline{U}|^2$

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}\,,\ u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,\mathrm{d}t\,;\quad u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\,,\ i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,\mathrm{d}t$$

Induktivität $\underline{Z}_L = j\omega L = Z_L\,\underline{/90^\circ} = \omega L\,\underline{/90^\circ} = jX_L$ $[L]=\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}$

Strom eilt 90° nach,$X_L{>}0$, Kurzschluss bei Gleichspg., $\underline{S} = j\omega L|\underline{I}|^2$

Netzwerkberechnung analog Gleichstromfall, alle Größen komplex

Wirkleistung $P = IU\cos\varphi = \mathrm{Re}\,\underline{S}$ $[P]=\mathrm{W}$

Blindleistung $Q = IU\sin\varphi = \mathrm{Im}\,\underline{S}\,;\quad Q{>}0$: ind., $Q{<}0$: kap. $[Q]=\mathrm{var}$

Scheinleistung $S = IU = \sqrt{P^2+Q^2} = |\underline{S}|$ $[S]=\mathrm{VA}$

komplexe Scheinleistung $\underline{S} = P + jQ = \underline{U}\,\underline{I}^* = \underline{Z}|\underline{I}|^2 = \frac{|\underline{U}|^2}{\underline{Z}^*} = \frac{|\underline{I}|^2}{\underline{Y}} = |\underline{U}|^2\underline{Y}^*$

Leistungsfaktor $\cos\varphi = \frac{P}{S}$ $\cos\varphi = 1 \Leftrightarrow S = \underline{S} = P$(nur Wirkleistung)

Reihe–Parallel $\underline{Z}_R = R_R + jX_R\,;\quad \underline{Y}_P = G_P + jB_P$ bei $\omega_0 : \underline{Z}_R\underline{Y}_P \overset{!}{=} 1$

$$R_R = \frac{G_P}{G_P^2 + B_P^2}\,,\ X_R = \frac{-B_P}{G_P^2 + B_P^2}\,,\ G_P = \frac{R_R}{R_R^2 + X_R^2}\,,\ B_P = \frac{-X_R}{R_R^2 + X_R^2}$$

Blindstromkompensation $C_K = \frac{P(\tan\varphi_v - \tan\varphi_n)}{\omega|\underline{U}_0|^2}$ ($\underline{U}_0$ an $R[\|L\|C_K]$)

$$\underline{S}_v = P + jQ_L\,,\ \underline{S}_n = \underline{S}_v + jQ_C\,,\ \tan\varphi_v = \frac{Q_L}{P}\,,\ \tan\varphi_n = \frac{Q_L - |Q_C|}{P}$$

$\varphi_n = 0$: vollst. Komp., Resonanz!; $\varphi_n{>}0$: Teilkomp.; $\varphi_n{<}0$: Überkomp.

Wirkleistungsanp. (schmalbanding) $\underline{Z}_a \overset{!}{=} \underline{Z}_i^*\,,\ P_{a,\max} = \frac{U_0^2}{4Ri}$ (vollständig, ggf. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$)

Scheinleistungsanp. (breitbandig) $\underline{Z}_a \overset{!}{=} \underline{Z}_i\,,\ P_{SA} = \frac{R_i}{4}\left(\frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{Z}_i|}\right)^2$ $\gamma = \frac{P_{SA}}{P_{a,\max}} = \frac{R_i^2}{|\underline{Z}_i|^2}$

7 RC-Filternetzwerke

Frequenzgang $\underline{F}(\omega) = \dfrac{\underline{U}_{\text{out}}(\omega)}{\underline{U}_{\text{in}}} = A(\omega)\,\underline{/\varphi(\omega)}$ auch *Übertragungsfunktion*

Amplitudengang $A(\omega) = \left|\dfrac{\underline{U}_{\text{out}}(\omega)}{\underline{U}_{\text{in}}}\right| = \left|\underline{F}(\omega)\right| = \sqrt{\mathrm{Re}^2\left(\underline{F}(\omega)\right) + \mathrm{Im}^2\left(\underline{F}(\omega)\right)}$

$A_{\text{dB}}(\omega) = 20\text{dB}\,\lg A(\omega)$

(Filter-) Steilheit $S = \dfrac{\Delta A_{\text{dB}}}{\text{Dekade}}$; Dekade : $f_2 = 10 f_1$ typ. $\pm\dfrac{20\text{dB}}{\text{Dekade}}$

Phasengang $\varphi(\omega) = \varphi_{\text{out}}(\omega) - \varphi_{\text{in}} = \arg \underline{F}(\omega) = \arctan \dfrac{\mathrm{Im}\,\underline{F}(\omega)}{\mathrm{Re}\,\underline{F}(\omega)}$

$\varphi(\omega) > 0 : \underline{U}_{\text{out}}$ eilt vor

Grenzfrequenz $\omega_B\ (= \omega_g)$; $A(\omega_B) = \dfrac{A_{\max}}{\sqrt{2}}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \mathrel{\widehat{=}} 70{,}7\% \mathrel{\widehat{=}} -3\text{dB}$

neben ω_B in rad/s auch f_B in Hz und Ω_B als normierte Frequenz.

Hochpass (RC) $\underline{F}_H = \dfrac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \dfrac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \dfrac{j\Omega}{1 + j\Omega}$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ an R)

norm. Freq.: $\Omega = \omega RC = \dfrac{\omega}{\omega_B}$, $\Omega_B = 1$, $\omega_B = \dfrac{1}{RC}$ $[\Omega]{=}1$

$A_H(\Omega) = \dfrac{\Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2}}$ $\Omega \to \infty : A_H(\Omega) \cong 1\ (\underline{U}_{\text{out}} \cong \underline{U}_{\text{in}})$
$\Omega \ll 1\ : A_H(\Omega) \cong \Omega(\underline{U}_{\text{out}} \cong\ \Omega\underline{U}_{\text{in}})$

$\varphi_H(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \Omega \geq 0$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ immer voraus)

$\omega \ll \omega_B : \underline{u}_{\text{out}}(t) \cong RC\,\dfrac{d}{dt}\,\underline{u}_{\text{in}}(t)$ Different. im Sperrber.

Hochpass (RL) $\underline{F}_H = \dfrac{j\omega L}{R + j\omega L} = \dfrac{j\Omega}{1 + j\Omega}$, $\Omega = \dfrac{\omega L}{R}$, $\omega_B = \dfrac{R}{L}$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ an L)

Tiefpass (RC) $\underline{F}_L = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \dfrac{1}{1 + j\omega RC} = \dfrac{1}{1 + j\Omega}$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ an C)

$\Omega = \omega RC$; $\Omega_B = 1$; $\omega_B = \dfrac{1}{RC}$ ident. RC-Hochpass

$A_L(\Omega) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}}$ $\Omega \to 0 : A_(\Omega) \cong 1$
$\Omega \gg 1 : A_L(\Omega) \cong \frac{1}{\Omega}$

$\varphi_L(\Omega) = -\arctan \Omega \leq 0$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ immer verzögert)

$\omega \gg \omega_B : \underline{u}_{\text{out}}(t) \cong \dfrac{1}{RC}\displaystyle\int_0^t \underline{u}_{\text{in}}(\tau)\,d\tau$ Integrator

Tiefpass (RL) $\underline{F}_L = \dfrac{R}{R + j\omega L} = \dfrac{1}{1 + \Omega}$, $\Omega = \dfrac{\omega L}{R}$, $\Omega_B = 1$ ($\underline{U}_{\text{out}}$ an R)

8 Resonanzerscheinungen

Reihenresonanz $\underline{U}_0(\omega) = \underline{U}_R + \underline{U}_R + \underline{U}_C = \underline{Z}\underline{I}$ ($\underline{U}_0$ an $R + L + C$)

$\underline{Z}(w) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ *folgende Formeln für RCL-Reihe*

Resonanzfrequenz $\omega_r = +\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\underline{Z}(\omega_r) = R + j \cdot 0$; $\varphi(\omega_r) = 0$

Gütefaktor $Q_R = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{1}{\omega_r CR} = \dfrac{\omega_r L}{R}$ $U_L(\omega_r) = U_C(\omega_r) = Q_R U_0$

$F_L(\omega) = \dfrac{U_L}{U_0}$; $F_C(\omega) = \dfrac{U_C}{U_0}$ $S_L = +\dfrac{40\text{dB}}{\text{Dek.}}$, $S_C = -\dfrac{40\text{dB}}{\text{Dek.}}$

$\omega \ll \omega_r : F_L = \frac{\omega}{\omega_r}^2, F_C = 1$ $\omega \gg \omega_r : F_L = 1, F_C = \frac{\omega_r}{\omega}^2$

norm. Stromfkt. $\dfrac{I(\omega)}{I_{\max}} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (Q_R v)^2)}}$

rel. Verstimmung: $v = \dfrac{\omega}{\omega_r} - \dfrac{\omega_r}{\omega}$, $v \lesseqqgtr 0 \Leftrightarrow \omega \lesseqqgtr \omega_r$, $I_{\max} = \dfrac{|\underline{U}_0|}{R} = \left|\underline{I}(\omega_r)\right|$

$\dfrac{\underline{I}(v)}{I_{\max}} = \dfrac{1}{1 + jQ_R v}$ $\varphi(v) = -\arctan(Q_R v)$

Grenzfrequenzen $v_{gu} = -\dfrac{1}{Q_R} = -d$; $v_{go} = \dfrac{1}{Q_R} = d$ $\dfrac{I(v_g)}{I_{\max}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$f_r = \sqrt{f_{gu} f_{go}}$, Verlustfaktor: $d = \frac{1}{Q}$, norm. Frequenz: $\Omega = \frac{\omega}{\omega_r}$

rel., abs. Bandbreite $\Delta\Omega = \Omega_{go} - \Omega_{gu} = d = \dfrac{1}{Q_R}$, $\Delta f = f_r \Delta\Omega = \dfrac{f_r}{Q_R}$

Amplitudengang über v ist symmetrisch, über ω oder f nicht.

Parallelschwingkreis $\underline{Y}(\omega) = G + j\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)$ ($\underline{I}_0$ an $G \| L \| C$)

$\mathrm{Im}\,\underline{Y}(\omega_r) = 0$; $\underline{U}(\omega) = \dfrac{\underline{I}_0}{\underline{Y}(\omega)}$ $Q_P = \dfrac{1}{G}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

Formeln sind wie folgt umwandelbar: Reihenkreis $\to$ Parallelkreis
$R \to G, L \to C, C \to L, U \to I, I \to U$, z. B. $\underline{U}_C \to \underline{I}_L$

normierte Spannungsfunktion, güteabhängige Stromüberhöhung bei Resonanz

Anpass-VP $R_a \overset{!}{=} R_{ab}$: „Last“ $R_a \leftrightsquigarrow \mathrm{VP}(X_1, X_2) \leftrightsquigarrow \mathrm{SPG}_{ab}(\underline{U}_0, R_i, \omega^\star)$

$R_a{>}R_i$: $R_{ab} = jX_1 + (jX_2 \| R_a)$, $X_1 = \mp\sqrt{R_i(R_a - R_i)}$, $X_2 = \pm R_a\sqrt{\dfrac{R_i}{R_a - R_i}}$

$R_i{>}R_a$: $R_{ab} = jX_2 \| (jX_1 + R_a)$, $X_1 = \mp R_i\sqrt{\dfrac{R_a}{R_i - R_a}}$, $X_2 = \pm\sqrt{R_a(R_i - R_a)}$

9 Drehstromsysteme

Strangspannungen $\underline{U}_1 = U\,\underline{/0^\circ}\,;\quad \underline{U}_2 = U\,\underline{/-120^\circ}$ $\qquad U_L = \sqrt{3}U$

$\underline{U}_3 = U\,\underline{/-240^\circ} = U\,\underline{/+120^\circ}$ $\qquad 0 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3$

Drehoperator $\underline{a} = e^{j\frac{2}{3}\pi} = \underline{/120^\circ} = \frac{1}{2}\left(-1 + j\sqrt{3}\right)$

$\underline{a}^2 = \underline{/-120^\circ} = \underline{a}^*\,;\quad \underline{a}^3 = 1$ $\qquad 0 = 1 + \underline{a} + \underline{a}^2$

$\underline{U}_1 = \underline{U}_1\,;\quad \underline{U}_2 = \underline{a}^2\,\underline{U}_1\,;\quad \underline{U}_3 = \underline{a}\,\underline{U}_1$

(Außen-) Leiterspannungen $\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = U_L\,\underline{/+30^\circ} = -j\,\underline{a}\,\sqrt{3}\,\underline{U}_1$

$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = U_L\,\underline{/-90^\circ} = -j\,\sqrt{3}\,\underline{U}_1$

$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = U_L\,\underline{/+150^\circ} = -j\,\underline{a}^2\,\sqrt{3}\,\underline{U}_1$

Vierleitersystem $\underline{I}_1 = \underline{Y}_1\,\underline{U}_1\,;\quad \cdots$ $\qquad$ Sternpunktlast mit Rückleiter

$\underline{I}_{SN} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ $\qquad \underline{S} = \underline{I}_1^*\,\underline{U}_1 + \underline{I}_2^*\,\underline{U}_2 + \underline{I}_3^*\,\underline{U}_3$

symmetrische Last: $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3$

$\underline{I}_{SN} = 0$ $\qquad \underline{S} = 3\,\underline{I}_1^*\,\underline{U}_1 = 3\,\underline{Y}_1^*\,|\underline{U}_1|^2$

Dreileitersystem $\underline{U}_{1S} = \underline{U}_1 - \underline{U}_{SN}\,;\quad \cdots$ $\qquad$ Sternpunktlast ohne Rückleiter

$\underline{I}_1 = \underline{U}_{1S}\,\underline{Y}_1\,;\quad \cdots$ $\qquad 0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$

$$\underline{U}_{SN} = \frac{\underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \qquad \text{Sternpunktspannung}$$

$$\underline{S} = \underline{I}_1^*\,\underline{U}_{1S} + \underline{I}_2^*\,\underline{U}_{2S} + \underline{I}_3^*\,\underline{U}_{3S} = \underline{I}_1^*\,\underline{U}_1 + \underline{I}_2^*\,\underline{U}_2 + \underline{I}_3^*\,\underline{U}_3$$

bei symmetrischer Last: $\underline{U}_{SN} = 0$; identisch mit Vierleitersystem, s. o.

Dreiecklast $\underline{I}_{12} = \underline{Y}_{12}\,\underline{U}_{12}\,;\quad \cdots$ $\qquad$ Dreileitersystem

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}\,;\quad \cdots$ $\qquad 0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$

$\underline{S} = \underline{I}_{12}^*\,\underline{U}_{12} + \underline{I}_{23}^*\,\underline{U}_{23} + \underline{I}_{31}^*\,\underline{U}_{31} = \underline{I}_1^*\,\underline{U}_1 + \underline{I}_2^*\,\underline{U}_2 + \underline{I}_3^*\,\underline{U}_3$

$\underline{S} = \underline{I}_1^*\,\underline{U}_{13} + \underline{I}_2^*\,\underline{U}_{23}$ $\qquad$ wobei $\underline{U}_{13} = -\underline{U}_{31}$

symmetrische Last: $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{31}$ $\qquad I_1 = \sqrt{3}\,I_{12}\,;\quad \cdots$

$\underline{S} = 3\,\underline{I}_{12}^*\,\underline{U}_{12} = 3\,\underline{Y}_{12}^*\,|\underline{U}_{12}|^2 = 9\,\underline{Y}_{12}\,|\underline{U}_1|^2$

gleicher symmetrischer Verbraucher: $\underline{S}_\triangle = 3\,\underline{S}_\mathsf{Y}$

Symmetrierschaltung $\underline{I}_1 = \underline{a}\,\underline{I}_2,\ \underline{I}_2 = \underline{a}\,\underline{I}_3,\ \underline{I}_3 = \underline{a}\,\underline{I}_1$ $\qquad$ symm. Leiterstr.

$\underline{Y}_{31} = -\left(\underline{a}\,\underline{Y}_{12} + \underline{a}^2\,\underline{Y}_{23}\right)$ $\qquad \underline{Y}_{12},\ \underline{Y}_{23}$ geg.

10 Transformator

gegenseitige Induktivität $L_{12} = k\sqrt{L_1 L_2}$ $\qquad k \in [0,1]$ (Kopplungsfaktor)

Trafogleichungen $\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\omega L_1\underline{I}_1 - j\omega L_{12}\underline{I}_2$ $\qquad (B \sim H)$

$\underline{U}_2 = -R_2\underline{I}_2 - j\omega L_2\underline{I}_2 + j\omega L_{12}\underline{I}_1$

nichtmagn. gekoppeltes ESB $\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\omega(L_1 - L_{12})\underline{I}_1 + j\omega L_{12}(\underline{I}_1 - \underline{I}_2)$

$\underline{U}_2 = -R_2\underline{I}_2 - j\omega(L_2 - L_{12})\underline{I}_2 + j\omega L_{12}(\underline{I}_1 - \underline{I}_2)$

Längsinduktivitäten $L_1 - L_{12}$ und $L_2 - L_{12}$; Querinduktivität L_{12}

Verlustloser Trafo $\underline{U}_1 = j\omega L_1\underline{I}_1 - j\omega L_{12}\underline{I}_2$ $\qquad R_1 = R_2 = 0$

$\underline{U}_2 = -j\omega L_2\underline{I}_2 + j\omega L_{12}\underline{I}_1$ $\qquad$ (Kupferverluste klein)

streuungsfreier Trafo $\dfrac{L_1}{L_2} = \left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 = \ddot{u}^2,\quad \ddot{u} = \dfrac{N_1}{N_2}$ (Übertragerverhältnis)

$L_{12} = \sqrt{L_1 L_2},$ $\qquad k = 1$ (ideale Kopplung)

Stromverhältnis $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \dfrac{j\omega L_{12}}{\underline{Z}_a + j\omega L_2}$ $\qquad$ verlustlos, streuungsbehaftet

$\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \dfrac{N_1}{N_2}\,\dfrac{j\omega L_1}{\ddot{u}^2\underline{Z}_a + j\omega L_1}$ $\qquad$ verlustlos, streuungsfrei

Spannungsverh. $\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \dfrac{L_1}{L_{12}} + \dfrac{j\omega}{L_{12}}\left(L_1L_2 - L_{12}^2\right)\underline{Y}_a$ $\qquad$ verlustl., streuungsbeh.

$\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{1}{\ddot{u}}$ $\qquad$ verlustlos, streuungsfrei

Eingangsadmittanz $\underline{Y}_1 = \dfrac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = \dfrac{1}{\ddot{u}^2\underline{Z}_a} + \dfrac{1}{j\omega L_1}$ $\qquad$ verlustlos, streuungsfrei

Magnetisierungsstrom $\underline{I}_\mu = \dfrac{\underline{U}_1}{j\omega L_1}$ $\qquad$ ESB: $j\omega L_1 \,\|\, \ddot{u}^2\underline{Z}_a$ an $\underline{U}_1$

idealer Transformator $\underline{I}_\mu \to 0$ bzw. $L_1 \to \infty$ $\qquad$ Impedanztransformation

$\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \dfrac{1}{\ddot{u}}\,;\quad \dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \ddot{u}\,;\quad \underline{Z}_1 = \ddot{u}^2\underline{Z}_a$

Transformationsregeln

Der ideale Transformator entfällt, primär- *oder* sekundärseitige Größen werden umgerechnet:

prim. unverändert		
sek. alt→sek. neu		
$\underline{U}$	$\rightarrow$	$\underline{U} \cdot ü$
$\underline{I}$	$\rightarrow$	$\underline{I} / ü$
$\underline{Z}$	$\rightarrow$	$\underline{Z} \cdot ü^2$
$\underline{Y}$	$\rightarrow$	$\underline{Y} / ü^2$
C	$\rightarrow$	$\underline{C} / ü^2$
L	$\rightarrow$	$\underline{L} \cdot ü^2$

sek. unverändert		
prim. alt→prim. neu		
$\underline{U}$	$\rightarrow$	$\underline{U} / ü$
$\underline{I}$	$\rightarrow$	$\underline{I} \cdot ü$
$\underline{Z}$	$\rightarrow$	$\underline{Z} / ü^2$
$\underline{Y}$	$\rightarrow$	$\underline{Y} \cdot ü^2$
$\underline{C}$	$\rightarrow$	$C \cdot ü^2$
$\underline{L}$	$\rightarrow$	$L / ü^2$

Leistungsanpassung $$ü^2 = \frac{R_i}{R_L} \qquad P_{a,\max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

idealer Trafo, reeller R_i der SPQ, reelle Last R_a, vollständige Anpassung

$$ü^2 = \frac{|\underline{Z}_i|}{|\underline{Z}_L|} \qquad P_{a,\max} = \frac{|\underline{U}_0|^2}{2|\underline{Z}_i|} \frac{\cos\varphi_L}{1+\cos(\varphi_i - \varphi_L)}$$

Innenwiderstand u. Last komplex, Übertrageranpassung für max. Leistung

speziell $\varphi_i = -\varphi_L \Rightarrow P_{a,\max} = \dfrac{|\underline{U}_0|^2}{4R_i}$ vollst. Anp.