Grundlagen

Elementarladung $e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\text{C}, \quad \Delta Q = \pm ne, \quad n \in \mathbb{N}$

Stromstärke momentane: $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$, mittlere: $i = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$

Stromdichte $J = \dfrac{I}{A}, \quad J = n_e\, e_-\, v_d \quad (n_e \approx 10^{28}\text{m}^{-3}\text{: Teilchendichte})$

Ohmsches Gesetz $R = \dfrac{U}{I}, \quad G = \dfrac{I}{U}, \quad I = G \cdot U, \quad U = \dfrac{I}{G}$

spezifischer Widerstand $R = \dfrac{\varrho \cdot \ell}{A}, \quad [\varrho] = \dfrac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6}\Omega \cdot \text{m}$

differentieller Widerstand $r_d = \left.\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I}\right|_{I=I_A}$ (Tangente am AP: I_A, U_A)

temperaturabhängigkeit Widerstand $R(\vartheta) = R_{20}\big[1 + \alpha_{20}\,(\vartheta - 20°\text{C})\big]$
Linearer Ansatz, hier Bezugstemperatur 20 °C, daher Temperaturkoeffizent α_{20}.
Empfindlichkeit dabei: $E = \left.\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}\vartheta}\right|_{\vartheta=\vartheta_a} = R_{20} \cdot \alpha_{20} = \text{const}.$
Metalle sind Kaltleiter (NTC), Halbleiter sind Heißleiter (PTC).

elektrische Arbeit $\Delta W_{el} = \Delta Q \cdot U = I \cdot \Delta t \cdot U, \quad [W] = \text{Nm} = \text{Ws} = \text{J} = \text{As} \cdot \dfrac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \text{m}$

Leistung $P := \dfrac{\Delta W_{el}}{\Delta t}; \quad P = I \cdot U = I^2 \cdot R = \dfrac{U^2}{R} = G \cdot U^2$ wenn $R = \text{const}$

Mittelwert der Leistung $\bar{p} = \dfrac{1}{t_2 - t_1}\displaystyle\int_{t_1}^{t_2} p(t)\,\mathrm{d}t, \quad p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Effektivwert zeitabhängiger Strom $I_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{t_2 - t_1}\displaystyle\int_{t_1}^{t_2} i(t)^2\,\mathrm{d}t}, \quad P = R \cdot {I_{\text{eff}}}^2$

Wirkungsgrad $\eta = \dfrac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 1 - \dfrac{P_{\text{verl}}}{P_{\text{in}}}, \quad P_{\text{in}} = P_{\text{verl}} + P_{\text{out}}, \quad \eta < 100\%$

Netzwerke

math. Netztheorie
k **Knoten**, $r = k - 1$ unabhängige Knoten
z **Zweige**: Verbindungen zwischen Knoten
$m = z - (k-1) = z - r$ unabhängige **Maschen**
vollständiger Baum: offene Verbindung aller Knoten
m **Verbindungszweige**, alle nicht im vollst. Baum

Knotengleichung $\displaystyle\sum_n I_n = 0$
Vorzeichenkonvention: hinein +, heraus −. Typisch: $I_a = G_b(\varphi_c - \varphi_d)$.

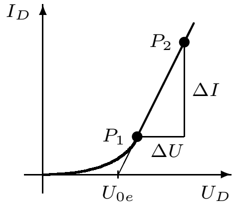
Maschengleichung $\displaystyle\sum_n U_n = 0$ (Masche kann reine Spannungspfeile enthalten.)

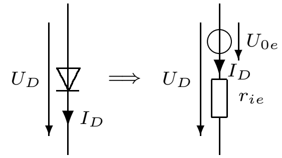
Stern-Dreieck-Tranformation

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20}$$
$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{20}$$
$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30}$$

ein nicht linearer Verbraucher Restschaltung in Ersatzquelle umwandeln, Schnittpunkt beider Kennlinien ist AP.

Linearisierung Diode $U_D = U_{0e} + r_{ie} \cdot I_D, \quad r_{ie} = \dfrac{\Delta U}{\Delta I}$



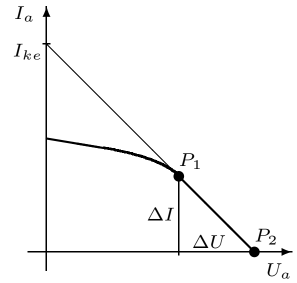


lineare Kennlinie der Diode im Intervall (P_1, P_2).
Umwandlung nur zulässig, wenn AP im linearen Bereich.

Linearisierung einer Quelle $I_a = I_{ke} - g_{ie} \cdot U_a$

$$g_{ie} = \frac{\Delta I}{\Delta U}$$

(Quelle linear (P_1, P_2), Umwandlung in Ersatz-STRQ)



gesteuerte Quellen

1. Steuernde Größe durch die gewählten Potentiale oder Maschenströme ausdrücken, z. B. gesteuerte STRQ $\gamma \cdot U_3 = \gamma \cdot (\varphi_3 - \varphi_1) = \gamma \cdot R_3\,(I_a - I_c)$.
2. Matrixgleichung aufstellen, gesteuerte Quellen erscheinen auf rechter Seite
3. Komponenten mit Potentialen oder Maschenströmen von rechts nach links bringen, z. B. $-\gamma\varphi_1$ oder $\gamma R_3 I_a$. Die Matrix wird dabei unsymmetrisch.

Elektrisches Feld

Coulombsches Gesetz $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q\,Q}{r^2} \cdot \vec{e}_r$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$, elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$
Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r = 1$ im Vakuum
$\vec{r}$ von Punktladung Q nach Probeladung q gerichet.

Elektrische Feldstärke $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, $[E] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ (Kraft pro Probledadung)

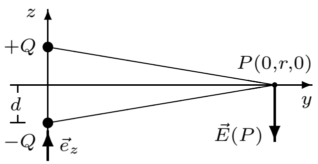
Verschiebungsdichte $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $[D] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$ (materialunabhängig)

Punktladung $\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \vec{e}_r$, $\vec{D}(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \cdot \vec{e}_r$

mehrere Punktladungen $\vec{E}(P) = \sum_i \vec{E}_i(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_i \frac{Q_i}{{r_i}^2} \cdot \vec{e}_{r_i}$

r_i: Abstand von Q_i nach P, $\vec{e}_{r_i}$: Einheitsvektor von Q_i nach P

Dipol $\vec{E}(r) = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^3}$, Dipolmoment: $\vec{p} = 2dQ\vec{e}_z$, $[p] = \mathrm{Cm}$



Näherung für $r \gg 2d$, sonst Betrachtung als zwei Punktladungen. Dipole entstehen durch Polarisation (Vorgang der inneren Ladungstrennung im elektr. Feld).

Dipol im homogenen Feld Drehmoment $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}_0$, $[M] = \mathrm{Nm}$
Gleiche Kräfte auf Einzelladungen, $\vec{p}$ richtet sich in Feldrichtung aus, $\vec{M}$ wird null.

Dipol im inhomogenen Feld
Drehmoment (Ausrichtung) *und* Kraftwirkung zum Ort größerer Feldstärke.

Verschiebungsarbeit $W_{ab} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$, $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$ (wegunabhängig)

Potentialfunktion $\varphi(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$ (potientielle Energie aus Verschiebung von ∞ nach $P(\vec{r})$, skalare Feldfkt.)

Spannung $U_{ab} = \varphi(\vec{r}_a) - \varphi(\vec{r}_b)$, $U_{ab} = \frac{W_{ab}}{q}$, $U_{ab} = -U_{ba}$

eine Punktladung: $W_{ab} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$, $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r}$, $U_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$

P_b kann so verschoben werden (kreisförmige Äquipotentialflächen einer Punktladung), daß er mit Q und P_a auf einer Gerade liegt ($\vec{F} \perp \mathrm{d}\vec{r} \rightarrow W = 0$).

mehrere Punktladungen: $\vec{F} = q \cdot \sum_i \vec{E}_i$, $\varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_i \frac{Q_i}{r_i} = \sum_i \varphi(r_i)$

Dipol: $\varphi(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2d\cos\theta}{r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{e}_r}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$, $r \gg d$, $\theta = \vec{r} \rightsquigarrow \vec{p}$ (Winkel)

Auf der Symmetrieachse y des Dipols wird φ null ($\cos\frac{\pi}{2} = 0$).

homogenes Feld: $U_{ab} = E_0\,(x_b - x_a) = \varphi(x_a) - \varphi(x_b)$
U_{ab} als Arbeit und Potentialdifferenz, mit $x_a = 0$, $x_b = x$: $\varphi(x) = -E_0(x) + \varphi_0$.
(Lineare Funktion mit Steigung $-E_0$, E_0 und U_{ab} in Richtung $\vec{e}_x$, $\varphi_0 = \varphi(0)$.)

formeln, 16. April 2001